

1. Tính kết quả $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8}$.

Solution: Vì $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ và $\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4+3}{24} = \frac{7}{24}$ nên

$$S = \frac{3}{4} + \frac{7}{24} = \frac{18+7}{24} = \frac{25}{24}$$

2. Một người thợ làm trong hai ngày mỗi ngày làm 8 giờ thì làm được 208 sản phẩm. Hỏi người thợ đó làm trong ba ngày mỗi ngày làm 9 giờ thì được bao nhiêu sản phẩm cùng loại?

Solution: Mỗi giờ người thợ làm được $208 : (8 \times 2) = 13$ sản phẩm.

Tổng số giờ làm của người thợ trong ba ngày là $3 \times 9 = 27$ (giờ).

Vậy nên tổng số sản phẩm mà người thợ làm trong ba ngày mỗi ngày chín tiếng là

$$27 \times 13 = 351 \text{ (sản phẩm).}$$

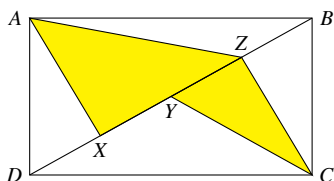
3. Mỗi chữ cái trong phép tính dưới đây biểu thị một chữ số

$$\begin{array}{r} \text{C A N H} \\ + \quad \quad \text{T Y} \\ \hline 2 \quad 0 \quad 2 \quad 0. \end{array}$$

Hỏi số do CANH biểu thị có thể nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Solution: Dễ thấy C chỉ có thể là 1, và phép cộng trong bài là có nhớ. Thành ra $A = 9$. Lưu ý hai phép cộng $H + Y$ và $N + T$ cũng có nhớ. Để chọn số nhỏ nhất thì ta ưu tiên $N = 2$ trở đi. Nếu $N = 2$ thì buộc $T = 9$, không thể. Nếu $N = 3$ thì nhất thiết $T = 8$. Vậy nên ta chọn $Y = 7$ thì kéo theo $H = 3$. Chưa được vì giá trị của H phải khác với giá trị của N . Lại chọn $Y = 6$, lúc đó $H = 4$. Vậy, 1934 là giá trị nhỏ nhất.

4. Trong hình bên $ABCD$ là hình chữ nhật, và ba điểm X, Y, Z trên đường chéo BD sao cho có bốn đoạn thẳng bằng nhau $DX = XY = YZ = ZB$. Tính tỉ lệ diện tích phần tô đậm so với diện tích hình chữ nhật.



Solution: Ký hiệu (X) là diện tích đa giác X . Để thấy $(AXZ) = \frac{1}{2}(ABD) = \frac{1}{4}(ABCD)$. Tương tự, $(CYZ) = \frac{1}{4}(BCD) = \frac{1}{8}(ABCD)$. Do đó, tỉ lệ phần tô đậm là $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$.

5. Từ số 782091, bạn Dũng xóa đi một chữ số để số thu được là số lớn nhất, còn bạn Lân xóa đi một chữ số để được số nhỏ nhất. Hỏi tổng hai số có năm chữ số của hai bạn bằng bao nhiêu?

Solution: Để được số lớn nhất thì phải xóa một chữ số đi sao cho chữ số lớn nhất của số đó xuất hiện ở hàng vạn. Thành ra ta cần xóa chữ số 7, để 8 ở hàng vạn. Tức là Dũng nhận được số 82091. Lân cần xóa đi chữ số lớn nhất có thể nhưng ở gần hàng vạn nhất có thể, và chữ số gần chữ số vừa xóa càng nhỏ càng tốt. Thành ra, số Lân thu được là 72091. Từ đó, tổng

$$82091 + 72091 = 154182.$$

6. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các chữ cái của chữ VIRUS sao cho hai nguyên âm (I và U) không đứng cạnh nhau?

Solution: Ta làm bằng phương pháp gián tiếp (loại trừ). Tổng số cách sắp xếp các chữ cái VIRUS (mà trong đó mỗi cách sắp xếp có đủ năm chữ cái) là

$$5! = 120.$$

Khi I và U đứng cạnh nhau thì ta cần xét hai khả năng (IU hoặc UI). Với mỗi khả năng thì ta có $4! = 24$ cách sắp xếp với những chữ cái còn lại. Thành ra, đáp số bài toán là

$$120 - 2 \times 24 = 120 - 48 = 72.$$

7. Thuận đang tìm những số có hai chữ số, có đồng thời các tính chất sau
- mỗi số đều chia hết cho 3,
 - hai chữ số trong mỗi số khác nhau.

Hỏi Thuận có thể tìm được bao nhiêu số như vậy?

Solution: Số cần tìm có dạng \overline{ab} thì $a + b$ là bội số của 3 và a, b khác nhau. Ta xét dãy số sau

$$12, 15, 18, \dots, 99.$$

Có tất cả $\frac{99-12}{3} + 1 = 30$. Lưu ý các số có hai chữ số giống nhau trong dãy này là 33, 66, 99. Từ đó, đáp số

$$30 - 3 = 27.$$

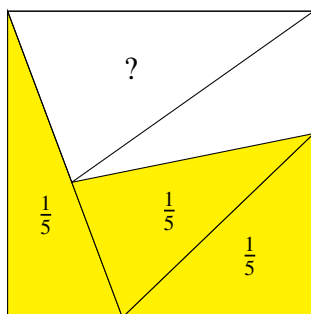
8. Tìm số lớn nhất có năm chữ số chia hết cho 13, không có hai chữ số nào giống nhau.

Solution: Số lớn nhất có năm chữ số khác nhau có thể là 98765. Lưu ý

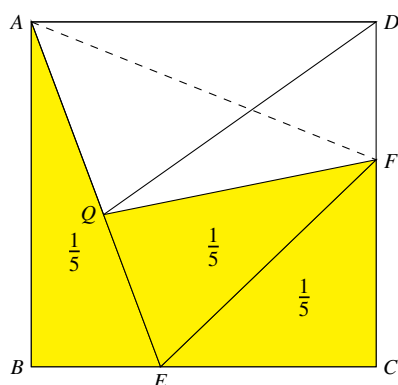
$$98765 = 13 \times 7597 + 4.$$

Thành ra, số cần tìm là $98765 - 4 = 98761$.

9. Một hình vuông được chia thành năm tam giác, sao cho tỉ lệ diện tích của mỗi tam giác tô màu bằng $\frac{1}{5}$ đơn vị vuông. Tính diện tích tam giác chứa dấu chấm hỏi.



Solution: Có thể coi cạnh hình vuông là 1. Khi đó, $BE = \frac{2}{5}$, tức là $EC = \frac{3}{5}$. Kéo theo, $\frac{3}{5} \times CF = \frac{2}{5}$. Nghĩa là $CF = \frac{2}{3}$. Do đó, $FD = \frac{1}{3}$.



Diện tích tam giác $ADF = \frac{1}{6}$. Do đó, diện tích tam giác AEF bằng $1 - \frac{1}{5} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{13}{30}$. Từ đây ta tính được diện tích tam giác AFQ , bằng

$$\frac{13}{30} - \frac{1}{5} = \frac{13 - 6}{30} = \frac{7}{30}.$$

Xét hai tam giác AFQ và FQE có chung đường cao từ đỉnh F . Ta có tỉ lệ

$$\frac{AQ}{QE} = \frac{7}{30} \times \frac{5}{1} = \frac{7}{6} \rightarrow \frac{AQ}{AE} = \frac{7}{13}.$$

Hơn nữa, diện tích ADE bằng nửa diện tích hình vuông, nên $(ADE) = \frac{1}{2}$. Ta có $(ADQ) = \frac{7}{26}$.